

北京高校第八届青年教师教学基本功比赛教案

比赛类别：工科

教案主题：无失真传输准则的证明及应用

北京高校第八届青年教师教学基本功比赛教案

无失真传输准则的证明及应用

(Nyquist-Shannon Criterion: Proof and Applications)

课程名称：现代通信原理

课程类型：专业基础课

授课对象：三年级本科生

2012.8

一. 课程一般信息

【课程名称】

中文：现代通信原理

英文：Principles of Modern Communications

【课程类型】

专业基础课；信息学院平台课

【教学对象】

电子工程系 三年级 本科生

信息科学技术学院其它系（计算机系、自动化系） 四年级 本科生

【课程内容简介】

“现代通信原理”是电子信息工程、通信工程专业学生最核心的专业基础课，同时也作为信息学院平台课，面向计算机、自动化、软件、微电子等专业的学生开设。课程介绍数字通信系统的基本原理、数学模型、分析方法和系统结构，阐明语音、文本、视频、数据等各类多媒体信息的压缩、传输、交换和媒质共享原理，为学生进一步深入学习各类专门通信系统，如移动通信、卫星通信、光纤通信等提供核心概念，并为从事通信系统的设计、开发、评估和优化打下坚实的理论基础。

【教学目的与任务】

使学生深入理解和熟练掌握数字通信系统的基础理论、数学模型、分析方法、组成模块和设计思路。具备根据资源情况、信道特征和使用需求，设计数字通信系统的初步能力，了解典型数字传输、信源编码和多用户通信的主要思想和实现方法。

【教材与参考书】

教材：

[1] 曹志刚，钱亚生，《现代通信原理》 清华大学出版社. 1992

[2] 曹志刚，陈巍.《现代通信原理》（第二版）校内讲义（已签正式出版合同）. 2012
参考书：

[1] J. G. Proakis and M. Salehi, Digital Communications, Wiley & Sons, 2006, 第五版

[2] S. Haykin, Communication Systems, Wiley & Sons, 2009, 第五版

[3] R. Gallager, Principles of Digital Communications, Cambridge University Press, 2006

[4] I. Glover and P. Grant, Digital Communications, Prentice Hall, 2009, 第三版

【前导课与后续课】

本课程的主要前导课为《信号与系统》和《随机过程》，后续课程为电子信息工程、通信工程类学生的多门专业课，包括《高等数字通信》、《通信系统工程》、《无线通信》、《卫星通信》、《光纤通信》、《信息论》、《信道编码》和《信源编码》等。

本课程在后继学期有隶属于本课程的配套实验课程《现代通信原理实验》，以及高级设计课程《移动通信终端设计》等可供同学进一步选修，加深学生对于完整通信系统的实践认识。

二. 课程主要特点

相对于许多工科课程，“现代通信原理”有两个突出的特点，它们极大地影响了学生对于本课程内容的学习认知特性和参赛教师在教学中所贯彻的教学思想。

1. 课程知识体系较新，还在继续发展完善

“现代通信原理”主要介绍数字通信系统，其初步构想在上个世纪 40 年代末由美国 Bell 实验室的科学家 C. Shannon 提出，而其大规模商用和开发则是在在上个世纪 80 年代末。因此，本课程知识体系非常新，同时也存在许多待修订、完善和改进的部分。例如：参考书[1]和[2]自 80 年代出版以来，为跟上国际学术发展，已经历了 5 次重大改版，所引用的最新研究论文发表于 2005 年。因为科学家们在本课程的基础教学内容上还在不断提出更先进处理方法（例如参考书[1]的 MPSK 误码计算方法，就是长江学者陆建华教授在攻读博士期间和他的导师 K. B. Letaief 教授于 1999 年提出的），所以本课程的教学内容不是静止的，而是鲜活的，体现出一个具有蓬勃生机和广泛应用的学科的发展演进。

2. 综合运用各类数学工具，解决工程问题

“现代通信原理”理论性很强，突出体现了“综合应用各类数学工具解决工程问题”的特点。国家“十一五”规划教材《通信原理》（张力军等著）引言中指出：它具有“数学中的物理，物理中的数学”的特点，因此学生一贯反映“难学”。本课程体现了“连续-离散”，“时域-频域”，“确定-随机”等的交汇，这给学生的学、教师的教带来了挑战，但是同时也提供了一个平台，可以锻炼学生综合运用各类数学解决工程问题的能力。纵观近 20 年通信的大发展，数学的综合应用是其主要原因和特色。因此，培养世界一流的通信科学家，就必须培养这种综合运用数学解决通信问题的能力。麻省理工学院 R. Gallager 教授（公认的 Shannon 接班人，著名通信教育家）所撰写的参考书[3]及他讲授的公开课就集中体现了“通信工程的理论化教学”思想。该书已被 MIT, Stanford 和 Berkeley 等本领域几乎所有世界一流大学选为主教材，反映出这种思路在高层次通信人才培养中的认可程度。从建设世界一流大学的角度，尽管是工科的课程，本课程仍要坚持提升其中数学知识运用的综合性、灵活性和探索性。

三. 单元教学目的与任务

【教学任务】

在 45 分钟内讲授“无失真传输准则的证明及应用”。（其中 20 分钟参赛演示内容为“无失真传输准则的证明”）

【教学目的】

1、知识层面

- 了解通信波形的数学表达式及其参量的物理意义；

- 掌握无失真传输准则的证明思路和方法；
- 了解准则的新、旧证明方法的本质区别及其内涵；
- 掌握通信波形生成系统的设计方法。

2、能力层面

- 会熟练证明无失真传输准则，及其衍生的系列准则；
- 会证明各种衍生的无失真准则（如转换点无失真准则等）；
- 会根据无失真传输准则，计算通信波形生成系统的关键参数。

3、思维层面

- 通过“化归思想”证明无失真传输准则（最直接的路未必是最近的，迂回一下可能更近）
- 移植其它学科的知识（“量子力学”中的 Dirac 梳子），实现“离散约束”到“等效连续约束”的化归；
- 理解数字通信中“连续-离散”，“时域-频域”，“确定-随机”这三大矛盾的交汇。

四. 教学重点

在前一章“信源的压缩与恢复”中，学生已经建立起信源与离散符号（如 0、1 比特等）的相互映射方法，并且阐明：离散符号是承载各类信息（数据，多媒体等）的“集装箱”，数字通信的核心任务就是：准确而迅速的传递离散符号。本章将开始介绍：如何在只承载连续波形的信道中完成上述任务。而本教案的 45 分钟教学，重点集中在：无失真传输准则的证明及其应用，这也是从模拟通信到数字通信转变的里程碑，是整个数字通信理论体系的理论基石，是其核心与灵魂。该准则有时也以数字通信理论的奠基人 Nyquist 和 Shannon 联合命名为 Nyquist-Shannon 准则。它针对准确、迅速传递符号的要求，给出随机的连续通信波形在离散时域约束下，所具有的确频域特性。其证明和讨论代表了数字通信中的一大类问题，集中体现出数字通信“连续-离散”，“时域-频域”，“确定-随机”三大矛盾交汇的特征。

在工程实践中，准则给出了数字传输系统的基本设计方法，包括顶层设计，参数计算及其性能极限。它从根本上阐明了带宽是制约通信速率的根本因素。所以，无论是温家宝总理最近提出的“宽带中国”战略，还是正在实施的“下一代宽带移动通信”国家科技重大专项，其在信息科学中的理论基础植根于准则。因此，高层次的通信人才必须熟练掌握准则本身及其证明。

四. 学生特点与教学难点分析

参赛教师所教的学生是来自各个省市的尖子学生，他们从中学就受到了严谨的理科思维训练，养成了严密的逻辑思维习惯，并打下了较好的数理基础。他们典型特点如下：

1、求知欲强，关注科学严谨性，但不注意科学方法论

由于习惯了严密的逻辑思维，参赛教师所教学生并不满足于了解“是什么？”而同时更渴望了解“为什么？”，特别是“如果不这样做会怎样？”等问题。同时，学生有较好的数学基础，能很快地接受和理解数学推导，但对经验性较强的工程细节和方法则接受较慢，不喜欢“知其然，不知其所以然”的教学内容。针对这一问题，参赛教师注重讲清楚通信系统背后的科学原理。具体到本节教学中，就是把准则的证明作为重点内容，注重建立在严格数学推导上的逻辑演绎。这不仅符合学生的思维特点，同时有助于学生抓住复杂通信工程背后的简单科学本质。此外，部分优秀学生不满足于教师照本宣科，若只讲课本上能找到的内容，他们宁愿选择自己看书。因此，对于经典内容，还是要尽量采取有所创新的处理方法和角度，本节就是这种尝试的一个体现。

通过严谨的推导，参赛教师将数字通信发展中所面临的主要困难、矛盾及其必然的解决方法展现给学生，启发学生逐步认识到：这是一种必然的方法。学生也普遍反映“从历史上工程师面临的困难来看，采用这种方法是顺理成章的。”甚至有学生说：“如果自己生在那个年代，也有可能做出重要的贡献”，增强了对解决本学科问题的信心，认识到知识“不是天上掉下来的”。

本课程以高年级本科生为对象，他们尚未对科学方法论引起足够的重视。但是，马上又要进入研究生阶段的他们，需要培养科学方法论以适应即将到来的科研任务。这是在科学严谨性质上更进一层的要求。本节中，参赛教师通过展示自己创新准则的证明方法，向学生展示科学方法论的意义和重要性（详见“教学理念”和“教学创新点”）。

2、知识面较宽，对前人知识的学习意识强，但自己进行创新意识弱

参赛教师所在的系设有“信息与通信工程”和“电子科学与技术”两个一级学科，对本科生打通一级学科培养，因此学生知识面较宽，具有学科交叉的初步知识准备。参赛教师发现：若能将不同学科的知识关联起来，使学生看到他们背后的共性，并做到“他山之石，可以攻玉”，往往会引发学生“恍然大悟”“原来如此”“不过如此”的惊叹、甚至掌声。具体到本节，参赛教师将学生学过的一个量子物理中的概念移植到准则的证明中来，实现交叉学科的协同创新。

与此同时，所教学生虽然学习意识强，但是自己进行创新意识的还较弱。因此，参赛教师选择扮演引路者，引导学生主动的发现，甚至是一个在知识世界中探索的同游者。为鼓励学生创新，参赛教师每学期初都明确为学生写推荐信的标准——能就课堂内容提出创新较大的见解。实践表明，鼓励创新往往能与学生的深层次交互中获得意外收获。学生提出的创新方法包括：用整除方法证明带通抽样定理，用 Laplace 变换计算交换机平均失步时间等。一些有较大创新的成果已在参赛教师指导下，整理成论文发表在国际 SCI 期刊上。

3、能较好的单独掌握各门先修数学课知识，但综合运用能力还需培养

参赛教师的授课对象，绝大多数已在先修课中打下了较为扎实的数学基础。当

讲授内容的数学工具明确隶属于某门先修课程时，参赛教师会明确指出这一点，而学生就能较快的掌握，学习效率较高。但是，“现代通信原理”的一大难点是常常以新颖的方式，综合运用各种数学工具和分析手段。其根本原因是，数字通信系统涉及到时域与频域分析的交汇、连续与离散形式的交汇、确定与随机信号的交汇。这使得学生常常陷入“无从下手”，或者“摸不着规律”的困境。参赛教师在相关教学内容的处理上并不回避这一困难，在充分考虑到学生的认知规律基础上，引导学生发现这种复交汇中的通用方法。具体到本讲，参赛教师通过移植先进的数学工具，架起了“连续-离散”，“时域-频域”，“确定-随机”这三大矛盾交汇的桥梁。

五、教学理念

1、“研究式讲课”：从教学中发现和挖掘研究课题，将研究成果反过来充实教学

当前本科教学中所推进的创新教育，很多是与学生做项目（Project）相联系的。本科教育更具挑战的层面，则是在课堂教学内容本身的创新上。在这种以“教师讲，学生听”为主要形式的教学中，怎样推进创新教育？参赛教师感到：授课教师应当在教学中发现和挖掘教学内容方面的研究课题，经过研究再充实到教学中去，这是一种高校教师在课堂教学中推进创新教育的重要形式。因为教师在教学内容上的独到见解和研究成果，是对学生未来创新的示范、熏陶和启发。这是一种研究式讲课，其特征是：研究已知基本概念和方法的未知内容。

参赛教师还体会到：即使经典的课程内容，也有可供发现和挖掘的余地；教师进行研究式讲课要从与学生的深入互动中、从学生的困惑和感悟中汲取营养，获取改进经典教学内容的动力；要将教师的科研锻炼转化为研究式讲课的信心、勇气和能力。

2、不仅讲述知识，同时注重科学方法论的传授

科学方法论是关于认识和改造现实方法的学说和理论。在当前的大学教学中，“重知识、轻方法”的问题在授课中较为突出，具体表现为：就知识本身来讲知识，而抹去了知识形成的过程和思路，不介绍“到底是什么样的矛盾和问题导致了这个形式？”，这就会使学生感到“从天上掉下来的”，“拍脑袋想出来的”。而只有把知识本身和它的生成过程结合起来讲授，才能使更加深刻地认识知识；科学研究方法经常是极富兴趣的部分，通过对它的讲授可以启发学生的智慧，培养学生进行创造性的学习和研究；科学方法论是科学和哲学的结合点，通过科学方法论教学，可以使学生学习唯物论和辩证法，促进科学世界观的树立。

3、在抽象思维的讲述中加入形象思维的元素

苏联数学家 Goppa（戈帕码的发明人）提到“无论是多么高深和抽象的数学，都可以在通信中看到它的影子”。本门课程物理概念繁多，叙述高度的抽象化，使学生在抽象思维方面的学习中面临很大困难。为了有效地解决这个问题，参赛教师努力把抽象思维和形象思维结合起来，通过在抽象概念中加入形象思维的元素，用生

活中鲜活生动的例子,使得学生更加深刻地理解、并能够熟练应用抽象思维的内容,并克服只使用单一数学工具解决工程问题,不擅长多门数学的融会贯通、综合运用

六、教学创新点

一、提出无失真传输准则的新证明方法

如前所述,无失真传输准则是现代数字通信的理论基石,深刻理解和掌握这个准则,是高端通信与信息系统人才的必备知识。但是,准则的传统证明方法有三个显著问题:首先,证明本身非常复杂繁琐,从而导致耗时较多,而学生接受效果不佳;其次,证明的物理意义不明显,学生即使记住了复杂的数学推导,也看不透背后的工程本质;最后也是最严重的,证明的技巧无法推广到其他的同类问题(“随机的连续通信波形在离散时域约束下,所具有的确频域特性”),学生在工程中碰到同类问题时,往往还是不知所措。纵观整个证明过程,都是在从一个积分变换(即时频变换)去“拼凑”一个给定形式的代数关系,而这就使得证明过程始终关注整个时域上的连续波形,直到证明的最后才带入离散时刻约束条件。由于整个时域连续波形的变换域讨论异常复杂,导致整个证明过程费时费力,且物理意义不突出。

事实上,无论是在本科生学习阶段,还是在博士生期间担任本门课程的助教阶段,参赛教师自己都明显感觉到这个证明是数字通信最核心、也最难学的一节。期间也尝试看看各类教参中是否有更简洁一点的证明,但都无功而返,也只好就此作罢。担任本课程的正式主讲教师和课程负责人后,每当讲到这一节都会看到阶梯教室中那 150 张困惑的面孔,感受到沉闷的课堂气氛。很明显,学生都没有很好的理解,即使记下了证明,课后也不会灵活运用。学生的困惑和无助促使参赛教师下决心做点什么,哪怕能改进一点也好。于是,参赛教师翻遍了国际上几十本教材,结果发现他们所给出的都是传统的证明,它的思想源于 Bell 实验室在 1965 年的一篇经典论文。Bell 实验室是通信领域的圣殿,数字通信的发源地,曾产生 7 位诺贝尔奖获得者,那么面对圣殿中的经典,就没有一点改进的办法了吗?对此,参赛教师也曾犹豫,但是每次看到学生的学习困难,还是决定继续寻找新的方法。特别是参赛教师在多次学术会议上,看到参考书[2]的作者——一年过七旬的 S. Haykin 教授认真的参加各类学术讨论,就是为了改进这本教材的推导方法,作为青年学者大受鼓舞。

2010 年,参赛教师在英国作高访期间,又专门到北部的爱丁堡拜访了参考书[4]的作者 P. Grant 教授、男爵,也到南部的南安普敦拜访了目前撰写通信专著最多的英国工程院院士 L. Hanzo 教授(IEEE Press 主编)。在和他们的讨论中,意识到数字通信的本质主要是关注离散时刻,如果能够一开始就巧妙地使用离散时刻约束条件,就可以避免讨论整个时域波形的积分变换形式。

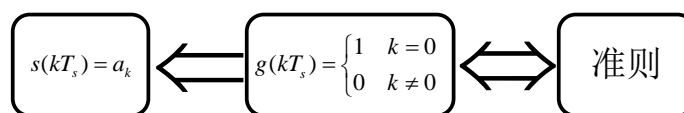
对这一思路穷追不舍,参赛教师终于发现:采用“开窗”的方法就可以只关注通信波形的抽样点取值,而对于整个时域波形“睁一只眼,闭一只眼”,就可以获得时域等效方程,再对其提取频域特征。但是,对离散时刻开窗并非易事,普通的窗

函数会陷入一个逻辑悖论，那就是开窗越逼近离散时刻，漏过的能量越接近于 0，最终满足证明需求的窗却又使漏过能量为 0，从而导致证明失败。所幸，本系打通一级学科的培养模式，使参赛教师可以借助于学生在“量子力学”中学过的“Dirac 梳子”这一已有知识，成功实现开窗——即保证只关注离散时刻，又保证漏过能量非零。证明成功！同时，这种方法只需几行板书即可完成，相对于传统方法 3 页多的证明大为简洁。究其原因，老方法一直关注整个时域波形，直到最后带入离散约束；而新方法从一开始就关注离散约束。

此外，新方法表明：移植 Dirac 梳子进行开窗，可以实现离散和连续这两种约束的对立统一，从而直接抓住离散时刻受约束这一简单的物理本质，并通过等效连续时域方程表征这一物理本质，进而使原本不能作用于离散约束的时频变换间接地作用于等效连续约束，最终获得结论，物理概念体现深刻而清晰；

参赛教师提出的这种新证明思路，还以被类似的应用于简洁和快速地证明 Nyquist 系列准则、混合准则等。它们同样具有重要的理论和实际意义，也是培养高端通信与信息系统人才的重要知识。然而其传统证明方法同样非常复杂，仅见诸于美国 Bell 实验室出版的高阶通信教材和清华大学曹志刚教授编著的《现代通信原理》，而一般教材则几乎不涉及相关内容。而在参赛教师提出的新方法中，只需略微调整 Dirac 梳子的“齿”的位置，就可以同样简洁地完成系列准则、混合准则的证明。这是因为，新方法很好的抓住了提取“随机的连续通信波形在离散时域约束下，所具有的确频域特性”的本质方法，而系列准则、混合准则都反映了同一本质，因此新方法在处理数字通信波形特征时具有的普适性。

此外，参赛教师在研究中还发现，传统证明中回避了准则的必要性的证明，其证明框架如下图所示：

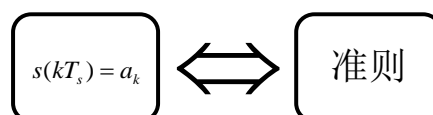


具体来说：在传统证法中，准则与脉冲 $g(t)$ 约束之间互为充分必要条件（用“ \Leftrightarrow ”表示），脉冲约束 $g(kT_s) = \begin{cases} 1 & k=0 \\ 0 & k \neq 0 \end{cases}$ 则只是无失真的充分条件（用“ \Leftarrow ”表示）。之

所以回避必要性证明，则是因为数学上的困难（会遇到随机系数的无穷维方程组）。

而参赛教师所提出的新方法，不仅具有上述“简洁、深刻、普适”的优点，还能够直接证明无失真和准则之间的充要性，框架如下图所示：

而参赛教师所提出的新方法，不仅具有上述“简洁、深刻、普适”的优点，还能够直接证明无失真和准则之间的充要性，框架如下图所示：



这种改进不仅在理论上更加严谨，同时对于高层次通信人才的培养具有重要意义。如前所述，他们往往不满足于“就事论事”的了解通信系统的实现方法，即“是什么？”而且更关心其背后的科学原理，即“为什么要这样做？”，“如果不这样做会有什么问题？”曾经有学生反映工程性通信原理“不讲理”。而新证法补充了“充要性”，学生普遍反映：通信原理“讲理了”，获得了精神上的满足。更重要的是，

只有证明了必要性，才能从理论上阐明：高速率必须通过宽带通信实现（具体原因参见后 25 分钟的教学设计），从而让学生知道，“宽带中国”、“宽带移动通信重大专项”等国家政策和项目的确立，都是有着严格的科学理论作为支撑的。这一点，对于培养今后可能走上领导岗位后的学生的科学决策意识，至关重要！

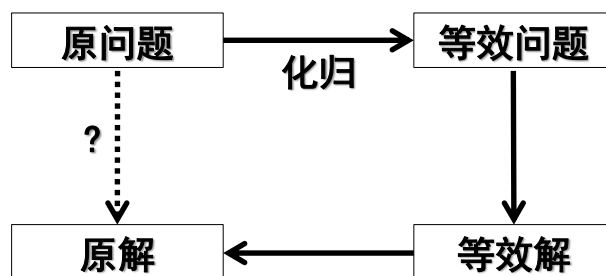
参赛教师所提出的新证明方法相比于国际主流教材，如参考书[1]和[2]其处理方法都更为简洁。最近，曹志刚教授应教育部高等学校电子信息与电气学科教学指导委员会委托统编《现代通信原理》新教材时，就提出要将参赛教师所提出的新证法写入，并邀请参赛教师一起参与编撰。两位 IEEE 杰出教师荣誉得主：L. Hanzo 教授（英国工程院院士，IEEE 和 IET Fellow，IEEE 出版社主编，十余本高阶通信教材的著者）和 Letaief 教授（IEEE Fellow，国际通信学会副主席，香港科技大学工学院院长，普渡大学和香港科大杰出教师奖得主）也分别指出，参赛教师提出的新证法有助于提高著作的可读性和课堂的教学效果。

二. 总结新证法中蕴含的科学方法论——通过移植，实现化归

通过前面的对比，已经可以看到新证法相对于传统证法具有明显的优势。但是，参赛教师在研究、发现和提出新证法的过程中却深刻的感受到：这种优势更本源的来自于二者在科学方法论上的差异！

经典证明在整个过程中采用了“强攻”的姿态，一直“死盯”着证明目标的形式进行变形。首先，由于目标中只包含脉冲 $g(t)$ 的时频变换 $G(f)$ ，因此就把通信波形 $s(t)$ 的原始约束转换为脉冲 $g(t)$ 的约束（注意：必要性就是在这一步丢掉的）。随后，为了“拼凑”出可以代入脉冲 $g(t)$ 约束的代数式，又从 $g(t)$ 到 $G(f)$ 的积分变换开始，继续“死盯”这目标进行强攻，结果这一步积分变换到指定代数关系式的转化，就导致了繁琐、不直观、不普适且必要性缺失的传统方法。这一切的根源，都祸起于“死盯着准则的形式进行强攻”的方法！而追溯这种方法的根源，又是和通信的科学史密不可分——Nyquist 在上世纪 30 年代“猜想”出了准则，并通过实验验证了其正确性，40-50 年代 Shannon 开始发展证明方法，直到 1965 年才完成证明的封顶，这种先有结论再证明的问题，有时就会陷入“强攻”的泥潭。

与此构成鲜明对比的是，新方法采用了“迂回”的方法，也就是先把离散时域约束通过“开窗”等效成一个连续时域约束。本来时频变换无法作用于离散约束，而这样等效后就可以直接作用于连续时域约束，直接实现频域特征的提取。这种方法其实就是数学上典型的“化归”方法，如下图所示：



根据匈牙利女数学家 Peter Rosza 给出的定义，“化归”就是“不直接对问题展开攻击，而是把它转化、归结成更加容易解决的问题”。大数学家 Hilbert 和数学家

教育家 Polya 都指出：化归是数学家最重要的思维方式，例如：把“求五边形内角和”通过辅助线化归为“求三个三角形内角和”。具体到本节的新方法，就是将时频变换不能作用的离散约束化归于可以作用的连续约束，从而使问题变得更容易解决。这一尝试给学生的哲学启发就是“最直接的路未必是最近的，迂回一下可能更近！”参赛教师在完成这一新证明时，恰好游学经过世界最大的悬崖——Moher 悬崖，站在峭壁之巅不禁感慨，下到崖底最近的路一定是从旁边平缓的山坡迂回，而不是直接攀爬下去！

在科学方法论上，还有一个值得注意的问题就是：开窗方法也是通信科学家所了解的，但是为什么在过去的半个世纪中都没能沿着这条路走下去呢？前面提到，参赛教师在尝试开窗的时候就发现，采用普通窗函数对离散时刻开窗，将导致漏过的能量为 0，从而提取不到任何频域特征，开窗失败！参赛教师利用简单的积分不等式就可以证明，只要是正常定义的普通函数，都会导致这一结果。科学史上，有大量因为工具限制而无法完成的任务，如尺规法三等分角，当理论（如针对尺规三等分角的群论）证明其不可行后，就必须转向寻求新的工具。参赛教师注意到量子力学中的 Dirac 梳子恰好满足只在离散时刻开窗，而其漏过能量非零。同时，我系打通两个一级学科培养的模式，又使得本科生在本课程之前已经学过了“量子力学”，因此，完全可以借助学生的已有知识，通过移植 Dirac 梳子，实现离散约束到连续约束的化归。“他山之石，可以攻玉”，对科学方法论的讨论再一次体现出了“学科交叉”的威力和“通才教育”的优势！

综上，用八个字总结新证法中蕴含的科学方法论，就是“通过移植，实现化归！”

三. 设计新证法中几处抽象思维的形象化展示

从前述内容中可以看出，本课程中包含较多的抽象思维内容。因此，处理好抽象思维部分的教学，是提高教学效果的重要因素。参赛教师在教学中，特别注意设计抽象思维内容的形象化展示，努力把抽象思维和形象思维有机的结合起来，通过在抽象概念中注入形象思维的元素，用学生所熟悉和易于理解的各种例子，说明和展示抽象的教学内容，使得学生更好地理解、运用抽象思维的内容。

目前，多媒体教学工具，包括 PPT、实物展台、视频播放设备的综合运用，为这种抽象思维的形象化展示提供了很好的平台。参赛教师依托于这一平台，对于每个抽象概念都尽量联系生活中的实例，并注重积累素材。具体到本讲的 20 分钟教学演示内容，参赛教师一共设计了四处抽象概念的形象化展示，按出现顺序介绍如下：

一. 在介绍数学中的“化归”思想时，为了表现“最直接的路不是最近的，迂回一下可能更近”这样一个核心思想，参赛教师利用 ppt 展示 Moher 悬崖的图片，这个悬崖的边上恰好有一处相对平缓的山坡，通过从这个山坡“迂回”，恰好可以轻松地从崖顶到达崖底，其路线和“化归”思想非常一致，可以通过这个直观的例子展示思想的精髓。当年，参赛教师也正是游学经过 Moher 悬崖而受到启发完成证明的；

二. 在介绍关注波形整体中的局部的数学方法时，采用了“开窗”的比喻（而这本来就是数学家对这种方法给出的形象称谓）。为了更好的展示开窗的形象效果，参赛教师还专门制作了动画，通过一扇窗户，使学生的视野能够更好的聚焦于风景

的一棵树；

三. 在介绍普通窗函数对离散时刻开窗失败的原因时，采用了水库中水闸放水形象演示，当水闸关闭（即开口宽度为 0）时流过的水量为 0。用这个例子就可以很好的说明：由于针对离散时刻开窗的“宽度”为 0，因此其漏过的能量为 0，于是学生立刻就可以反映到时频变换后恒为 0，从而提取不到 $G(f)$ 的任何信息，并由此认识到：只要是普通定义的窗函数，都无法应用于本证明，迫切希望寻找新的“窗”；

四. 在介绍针对离散时刻的广义窗函数——即 Dirac 函数按照符号周期进行复制的结果时，用学生在日常生活中所熟悉的“梳子”作为比喻，描绘出这一抽象广义函数的直观形象，加深学生对这一抽象概念的理解。事实上，这一函数在量子力学中就是被命名为“Dirac 梳子 (Dirac Comb)”，或者取其形象被命名为“ III 函数”（以其形状类似于斯拉夫字母“ III ”）。同时也向学生说明，其它学科领域的代表性学者同样也非常注重抽象思维的形象化展示。

除参赛的 20 分钟教学演示之外，抽象思维的形象化展示贯穿于整个教学，例如，引入“眼图”描述通信波形的性能，启发学生思考通信波形与 Hilbert 信号空间中投影等几何概念的联系等，这些都取得了较好的实际教学效果。

以上所介绍的三个教学创新点，是参赛教师教学理念的具体实现，同时也贯穿于整个 20 分钟演示教学和整个 45 分钟的具体教学设计中。

七、教学方法、教具与时间分配

（20 分钟教学演示部分开始）

1、问题的提出 引出本讲教学内容 2 分钟

- 回顾曹志刚教授《现代通信原理》对通信的定义“克服距离上的障碍，准确而迅速的传递信息（语音、数据、视频和文本等）”。引出通信的两个关键要求：
 - 1. 准确
 - 2. 迅速对“准确”做具体阐述。【聚焦社会热点】聚焦社会热点：为学生播放神舟 9 号发射时中央电视台直播的航天员视频，引导学生注意通信中的“失真”，并说明“失真”若出现在测控系统，将对飞船带来严重影响；
- 联系实际，与学生互动：
 - 【提问】有没有同学通过网络观看神 9 的发射直播？
 - 由设问引出：当网络通信速度较慢时会出现视频中断，因此数字通信有“高速率”的要求。
- 【引入学科前沿】：介绍我校开通中美下一代互联网 10G 实验线路，说明“高速率”是目前发展的学科前沿。
- 与学生互动：
 - 【提问】“无失真+高速率”的内在规律是什么？有没有矛盾？如何设计？性能极限是什么？

- 介绍无失真传输准则的提出时间和发明人，强调它是“数字通信的理论基石”。

关键点：“无失真”和“高速率”是数字通信的基本要求。

2、准则的表述 4 分钟

- 数字通信基本架构回顾 1 分钟
 - 以观看伦敦奥运会为例回顾之前的教学内容，说明离散的符号是数字通信中承载信息的基本单元，高质量的传输信息需要无失真传输符号。

■ 教具一：使用实物教具——手机，说明信道只传输连续波形。

- 指出物理信道只能传递连续的波形，因此需要将离散的符号 a_k 转换为连续的波形 $s(t)$ ，同时满足无失真要求 $s(kT) = a_k$ ，即在 kT 时刻抽样为原始符号。

【板书】 $s(kT) = a_k$

- 基于上述讨论补全数字通信的基本构架，阐明本节所在的位置。

- 引导学生一起提出的通信波形的表达式和生成方法 2 分钟

【提问】 如何把离散符号映射到连续波形？

- 由设问引出通信波形的构造过程：
 - ① 将一个符号映射成脉冲波形 $a_k g(t)$
 - ② 将脉冲波形对齐到符号出现的时间位置 $a_k g(t - kT)$
 - ③ 将所有符号对应的脉冲叠加起来，构成通信波形 $s(t)$

■ 教具二：使用自制展板，展示并留存通信波形及其主要数学符号。

【提问】 如何实现上述转换？

- 由设问引导学生回顾先修课程《信号与系统》内容：只需传递函数为 $G(f)$ 的系统即可完成这一转换。点明： $G(f)$ 是 $g(t)$ 的时频变换，强调这是一种针对连续波形的积分变换。

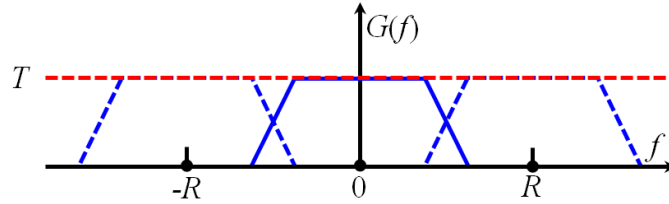
- 给出无失真传输准则 1 分钟

【提问、板书】 如何设计 $G(f)$ ？

- 引出无失真传输符号的准则，即 $s(kT) = a_k$ 的条件：

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} G(f + nR) \equiv T$$

说明其物理意义： $G(f)$ 以 R 为间隔平移、叠加后恒为常数 T 。



★准则的物理意义

- 进一步阐明：准则将 $G(f)$ 的设计，通信速率 R 的选取与无失真传输贯穿了起来，从而回答了在本节课一开始提出的基本问题。

关键点：交代清楚通信波形和准则中各项的物理意义。

3、准则的证明

核心内容

11分钟

● 经典证明方法的思路简介

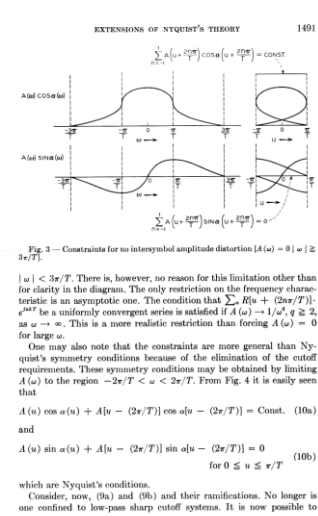
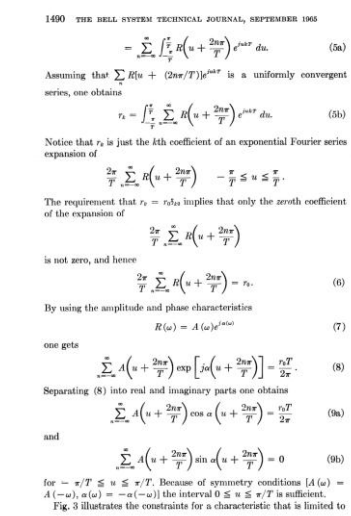
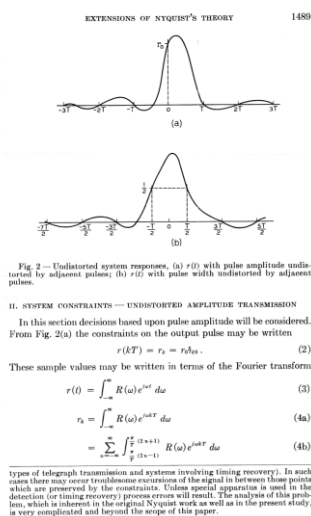
1分钟

- 开宗明义：高层次通信人才必须“知其然，更要知其所以然”，熟悉其中非常本质和有代表性的方法。在此基础上指出：准则证明有一个大有来头的经典方法，但我们今天重点讲一个新方法，二者的差别需要同学们认真品味。
- 介绍经典证法的思路——“死盯”目标形式进行“硬凑”，分三步走：
 - ① 将 $s(kT)$ 的约束转化为 $g(kT)$ 的约束
 - ② 将 $g(t)$ 和 $G(f)$ 的积分变换变形为 $g(kT)$ 和 $G(f + nR)$ 的代数关系式
 - ③ 将 $g(kT)$ 的约束代入到第 2 步得到的代数关系式，得到准则

● 传统证法的问题

1分钟

- 展示经典证明的原始出处——Bell 实验室 1965 年论文，大有来头！



★最早发表在 BSTJ 上的传统证明方法长达 3 页

- 阐明传统证法异常繁琐的根源——积分变换变形为特定形式的代数式。
- 介绍同学们学习传统证法的困难，点明：这是我改进传统证明的动力源泉！

【提问】对经典证法的认识能不能改变？

关键点：“死盯”目标进行“硬凑”，是经典证明繁琐的根源，一直着眼于整个时域 $g(t)$ 进行讨论，是经典证明繁琐的表现。

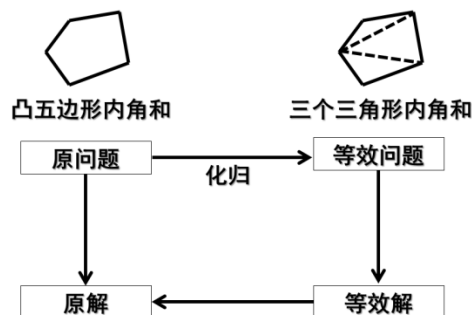
● 新证法的思路 1 分钟

- 展示 Moher 悬崖的照片，启发同学的思考：从崖顶如何轻松方便的下到崖底？由此设问引发同学思考：最直接的路未必是最近的，迂回一下可能更近。

【提问】能否通过迂回的方法完成证明？

● 数学中的“化归”思想 1 分钟

- 以“求五边形内角和”为例，介绍数学中“迂回”的方法——“化归”



★数学中的“化归”思想

- 点明：“化归”就是要将未知的问题转化，归结为已知的问题。而准则的证明中，未知的问题就是“不能对离散约束做时频变换”。

【提问】能否将离散约束等效为时频变换可以作用的连续约束？

● “开窗”方法 1 分钟

- 离散时刻是连续时段的局部。因此，把离散约束等效为连续约束可以通过关注整体中的局部来实现，而这就需要数学上的“开窗”方法。
- 展示开窗观察一副真实风景的动画，引发学生思考：如何开窗？引导学生给出答案，开窗就是用 $s(t)$ 与窗函数 $W(t)$ 相乘，窗函数在关注的时段取“1”（透光），不关注的时段取“0”（挡光）。

关键点：“睁一只眼，闭一只眼”，窗内“聚精会神”，窗外“视而不见”。

● 普通“窗函数”的失败 1 分钟

- 用动画阐明：对离散的时刻（时间点）开窗，窗的宽度为 0。因此，漏过的能量为零，其严格数学证明为：

$$\int |g(t)W(t)|^2 dt \leq \max |g(t)|^2 \int |W(t)|^2 dt = 0$$

- 展示水库的水闸关闭过程，说明当闸口宽为 0 时漏过的水量为 0，对上述抽象问题进行形象化说明。
- 由普通窗函数漏过能量为 0，推知时频变换后恒为 0，于是用普通窗函数开窗必然失败，问题的核心落实到必须寻找新的窗函数，满足在离散时刻之外均为 0，当时积分非 0。

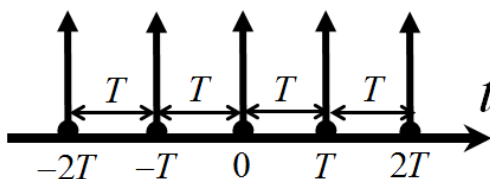
● 构造 Dirac 数字作为窗函数

2 分钟

【提问】同学们在其它课程中是否学过具有上述奇特性质的函数？

- 由提问引起学生关注已经学过的“量子力学”中点电荷（离散）的（连续）概率模型，用 Dirac 函数 $\delta(t)$ 描述，它满足 $\delta(t)=0, t \neq 0, \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t)dt=1$ ，符合要求！
- 将 Dirac 函数放到符号出现的离散时刻 $nT, n=\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots$ ，则恰好就是我们所要的窗函数——Dirac 数字。通过动画展示“开窗”，引导学生一起写出等效连续约束。

关键点：发现并移植 Dirac 梳子，把离散约束等效为连续约束。



★Dirac 梳子

■ **教具三：使用梳子的实物教具，形象展示所用窗函数。**

● 新证明方法的具体步骤

2 分钟

【板书】等效连续约束：
$$\sum_{k=-\infty}^{\infty} a_k g(t-kT) \times \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t+nT) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} a_k \delta(t-kT)$$

【板书】上式的时频变换：

$$G(f) \times F \left[\sum_{k=-\infty}^{\infty} a_k \delta(t-kT) \right] * \frac{1}{T} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(f+nR) = F \left[\sum_{k=-\infty}^{\infty} a_k \delta(t-kT) \right]$$

【板书】两边约去相同项，完成卷积：

$$\frac{1}{T} \sum_{n=-\infty}^{\infty} G(f+nR) = 1$$

- 以上，基于同学们在之前的课程（包括“信号与系统”和“量子力学”）中所学过的知识，只需几行就可以完成经典论文中长达数页的传统证明。

关键点：最难处理的包含随机符号的项恰好非 0，等式两边可以消去，避免讨论。而新证明从一开始就关注符号出现的离散时刻，符合数字通信的物理本质——只关心离散符号！

5、前 20 分钟授课小结 3 分钟

● 知识层面 1 分钟

➤ 对比准则的新、老证明方法

① 证明的思维方法对比：老方法死盯着目标形式，努力将积分变换变形成特定的代数式；新方法通过开窗，将离散约束化归为容易处理的连续约束。

② 证明的过程对比：老方法一直着眼整个连续波形，直到最后才代入离散约束；新方法从一开始就直接关注离散时刻约束。

【提问】 证与不证，有什么知识上的区别？

➤ 数字通信系统本质上只关注离散符号。

➤ 恰当数学工具对解决工程问题很重要。

● 科学方法论层 1 分钟

➤ 新方法本质上使用了“化归”的数学思想——不直接对问题展开攻击，而是把它转化、归结成更加容易解决的问题。移植 Dirac 梳子，实现离散到连续的化归

➤ 哲学启示：最直接的路未必是最近的，迂回一下可能更近！

● 学习方法层面 1 分钟

➤ 参赛教师用自己真实的切身经历，向同学们展示了如何在经典的教学内容中发现问题，研究问题和解决问题的过程，与同学们一起体验一次鲜活的求知和创新过程。而之所以能做到这一点，从探索精神上来说源于不盲从经典，始终坚持“经典是发展的、可变的”。

➤ 今天的讲课引导同学们进一步研究准则证明的同类问题，即：给出随机的连续通信波形在离散时域约束下，所具有的确频域特性。为了把这种“研究式教学”从课内延伸到课外，请同学们完成如下作业：

【前 20 分钟课程的作业】 请用本讲的新方法证明转换点无失真准则：

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} (-1)^n G(f + nR) = T \cos \pi fT$$

(20 分钟教学演示部分结束)

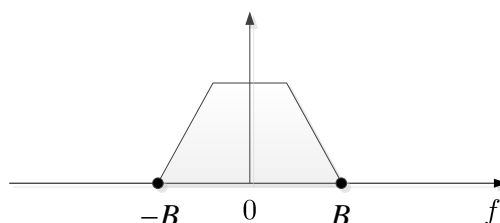
5、准则的应用 I：通信速率 10 分钟

● $G(f)$ 的带宽 B 2 分钟

【引入学科前沿】 介绍国家无线电管理委员会，以及美国 FCC（联邦通信管理

委员会) 对于通信波形提出的“带宽限制”。为什么需要这个限制?

- 由设问引出：列举多通信系统频谱共享的场景，并引出“认知无线电”，“蜂窝频谱规划”等学科前沿，说明有必要限制通信波形的带宽。
- 给出带宽 B 的严格定义：满足 $G(f)=0$ 的最小的非负 f 。
- 图示带宽 B 的几何直观，如下图所示：

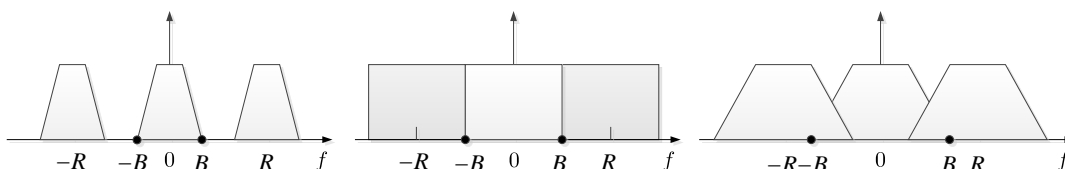


★ $G(f)$ 的带宽 B

● 通信速率受限于带宽 3 分钟

提示：无失真传输准则具有明确的几何直观，即：以符号速率为周期，在频域上复制 $G(f)$ ，将所有复制结果叠加后，其结果是与频率无关的恒定实数值 T 。基于这个几何直观，讨论三种情况，即：

- ① 通信速率大于 2 倍带宽， $R > 2B$ ；
- ② 通信速率等于 2 倍带宽， $R = 2B$ ；
- ③ 通信速率小于 2 倍带宽， $R < 2B$ 。



★带宽对符号速率的约束关系：从左到右分别对应情况①、②、③

【提问】在每种情况下，准则是否可以被满足？

- 由设问引出：若要求无失真传输符号，则通信速率 R 不得超过 2 倍带宽 B 。

【引入学科前沿】介绍超宽带 (UWB) 技术及其应用。

关键点：带宽从根本上制约了通信速率，这也正是在信息时代“宽带”一词为妇孺皆知的原因！

● 宽带通信与网络 2 分钟

- 因为通信速率受限于带宽，所以高速率必然要求大带宽，简称“宽带”。研发宽带通信、宽带网络的本质，都是提供无失真的高速率通信。

【引入时事热点】

- ① 温家宝总理 5 月 9 日主持国务院常务会议，提出建设“宽带中国”，5 月 20

日又进一步指出要“突破超高速光纤与无线通信”；

- ② 从 2009 年开始，国务院组织实施“下一代宽带移动通信”科技重大专项；
- ③ 国民经济和社会发展规划纲要：引导建设宽带无线城市；
- ④ 2009 年诺贝尔物理奖：高锟发明了极大带宽的光纤通信。

这些国家层面的重大通信项目，及科学上的重大奖项，无不围绕“宽带”展开。

● 准则的必要性证明与科学决策 3 分钟

- 引导学生再次反思准则的经典证明过程，发现其中“必要性证明”缺失的问题（具体原因详见教学创新点一中的分析）。

【提问】工程上，必要性证明很重要吗？

- 引导学生注意：如果准则的必要性不成立，那么上面“带宽限制速率”的结论就不复存在。换言之，可能存在不符合准则的无失真传输方案，其速率不受带宽约束。那么各种“宽带通信”立项的理论依据就不复存在了。提醒学生走上领导岗位后一定要注意决策背后的科学支撑。

6、准则的应用 II：G(f)典型工程设计 12 分钟

● 升余弦滤波器概论 1 分钟

【引入学科前沿】参赛教师从自身研究工作，以及本研究所若干国家重大项目上工作谈起。移动通信（如 iPhone/Ipad），三网融合（如数字电视），物联网，家庭宽带和深空通信（如嫦娥，火星探测）等系统中，均采用升余弦滤波器的 G(f)将离散符号转换为连续通信波形，它具有分析和实现上的便利性。

【提问】为什么不采用同学们学过的理想低通滤波器进行转换？

- 由设问引出：工程设计需要考虑实现和分析的便利性，故应慎重选择 G(f)。

关键点：实际系统中采用的滤波器应当易于物理实现，同时便于分析。

● 升余弦滤波器的 G(f) 3 分钟

- 再次回顾无失真传输准则，引导学生分析 G(f)过渡带的几何直观。

【提问】无失真传输准则对 G(f)的过渡带提出了什么要求？

- 由设问引出：G(f)的过渡带应满足“残留对称条件”，并且在理论上给予严格地证明。
- 在上述讨论基础上点明：以余弦函数的半个周期作为 G(f)的过渡带，恰好满足“残留对称条件”。基于这一认识，提出升余弦滤波器 G(f)。

【提问】用什么样的方式表示 G(f)最方便，其物理意义最清晰？

- 由设问引出：定义“滚降系数”，可以极大地简化表达式，并且能够清晰地突出物理意义，点明“这样的表述方法”是有来由的！
- 基于滚降系数的定义，导出采用升余弦滤波器的通信系统中带宽和符号速率之间的关系： $R = \frac{2B}{1+\alpha}$ 。说明实际通信系统和 ITU 和 IEEE 标准中，滚降系数的选择范围。

- 通信波形的频谱效率 2 分钟

【引入学科前沿】德国电信运营商每年为了使用频谱每年缴付巨额资金约 6 亿欧元。通信系统的频谱利用效率变得至关重要，那么应该如何刻画这个效率？

- 由此学科前沿引出：定义频谱效率，即：单位带宽的通信速率，重点讨论频谱效率与滚降系数之间的关系。

- $g(t)$ 的典型工程设计 3 分钟

【提问】采用升余弦滤波器时，脉冲 $g(t)$ 的时域表达式是什么？

- 由设问引出：通过对 $G(f)$ 进行时频反变换可得成形脉冲 $g(t)$ 。与学生一起验证其满足符号无失真传输，再次印证无失真传输准则。在此基础上，启发学生思考：在时域上应如何理解滚降系数的物理意义。

- 【例题】利用准则设计典型工程系统的参数 3 分钟

- ◇ 给出通信速率要求（可隐含在信源描述中）和带宽限制（可隐含在多址描述中），请学生计算滚降系数。

关键点：升余弦滤波器的频谱效率公式是各类通信课程的重要考点，在各级各类考试中大量出现。需要总结此类问题的解决思路，并给出不同情况下适用公式。

7、45 分钟授课总结 3 分钟

- 准则的证明 1 分钟

- 新证法通过“移植”Dirac 梳子实现“化归”，用更高等的数学工具更简洁的处理工程问题，用“迂回”的方法走近路。教师的研究示范鼓励同学们坚持“经典是发展的，可变的”，对经典教学内容开展研究式学习。

- 准则的应用 I：通信速率 1 分钟

- 带宽限制通信速率，这是信息时代一切以“宽带”为中心的理论根源。作为祖国培养的高层次通信人才，同学们应积极投身于“宽带中国”建设；
- 准则的必要性说明：必须用“宽带”支持高速率。当传统方法的必要性证明面临数学上的困难，新证法则可以证明必要性，为重大决策提供理论依据。

- 准则的应用 II： $G(f)$ 典型工程设计 1 分钟

- 手机、数字电视、无线路由、嫦娥工程等通信系统都采用最容易满足准则的升余弦滤波器 $G(f)$ ，需在熟练掌握准则证明的基础上，学会利用准则对其进行工程设计，计算关键参数，将理论知识转化为工程实践能力。

【后 25 分钟课程的作业】基于工程需求设计符号到波形转换系统 $G(f)$ ，计算关键参数，并讨论所提出工程设计的必然性。